CLASA A VII-A
BAREM

SUBIECTUL 1.

1. a) $\frac{2}{a+b}=\frac{3}{a+c}=\frac{13}{b+c}=\frac{9}{a+b+c}$ ……1p

$a+b=2k, b+c=13k, a+c=3k, a+b+c=9k$ ……..1p

$a=-4k, b=6k, c=7k$ ……1p

Pentru $k>0$ avem $a<0, b>0, c>0$ ceea ce contrazice ipoteza. ……..…1p

Pentru $k<0$ avem $a>0, b<0, c<0$ ceea ce verifică ipoteza și $a+b+c<0$ ……1p

b) Înlocuind a, b, c obținute la punctual a) obținem

$a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a=-10k^2$ ……..……..2p

$k=10, a=-40, b=60, c=70, a+b+c=90$ ……2p

$\left(|a+b+c|-90\right)^{2015}=0$ ……..1p

2. a) $1+2+3+...+2013=\frac{2013\cdot 2014}{2}=2013\cdot 1007$ ……2p

$1+3+5+...+2013=\frac{(1+2013)\cdot 1007}{2}=1007^2$ ……..…….....2p

$a=2015-\frac{2013\cdot 1007}{1007}=2015-2013=2$ ……..1p

b) $S=2^0+2^1+2^2+...+2^{2015}$ ……..……1p

$S=1+2\cdot\left(1+2+2^2+2^3+2^4\right)+2^6\cdot\left(1+2+2^2+2^3+2^4\right)+...+2^{2011}\cdot\left(1+2+2^2+2^3+2^4\right)$ …...2p

$S=1+13\cdot\left(2+2^6+...+2^{2011}\right), r=1$ ……2p

SUBIECTUL 2.

1. Se scriu condițiile de existență: $x\geq 0, 2014-x\geq 0$, de unde $0\leq x\leq 2014$ ……..……3p

x număr întreg $\Rightarrow x\in\{0,1,2,...,2014\}$ ……..2p

După raționalizare obținem $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{1007}}{x-1007}+\frac{\sqrt{2014-x}-\sqrt{1007}}{1007-x}=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2014-x}}{x-1007}$ ……3p

Eliminarea numitorului conduce la identitatea 0 = 0 adevărată pentru orice x din mulțimea $x\in\{0,1,2,...,2014\}$ care conține 2015 elemente……....2p

2. a) $m_g=\sqrt{ab}, m_a=\frac{a+b}{2}$ ……..……2p

$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$, $2\sqrt{ab} < a+b, \left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 > 0$ ……...3p

b) se aplică inegalitatea mediilor demonstrată la punctul a). ……..1p

Se obțin inegalitățile:

$\sqrt{30} < \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2}, \sqrt{56} < \frac{7+8}{2} = \frac{15}{2}, \sqrt{72} < \frac{8+9}{2} = \frac{17}{2}, \sqrt{90} < \frac{9+10}{2} = \frac{19}{2},$

$\sqrt{110} < \frac{10+11}{2} = \frac{21}{2}, \sqrt{132} < \frac{11+12}{2} = \frac{23}{2},$ ……2p

$\frac{\sqrt{30}}{11} + \frac{\sqrt{56}}{15} + \frac{\sqrt{72}}{17} + \frac{\sqrt{90}}{19} + \frac{\sqrt{110}}{21} + \frac{\sqrt{132}}{23} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$ ……..2p

SUBIECTUL 3.

1. a) $\triangle ACD, \triangle BDF$ echilaterale, $\triangle DBE$ isoscel ……2p

$\sphericalangle DFB \equiv \sphericalangle DAC, EA$ secantă și dreptele $BF, AC \Rightarrow BF \| AC$ ……..1p

$m(\sphericalangle DBE) = 30^\circ, m(\sphericalangle DBF) = 60^\circ, m(\sphericalangle EBF) = 90^\circ$ ……..1p

$BE \perp BF, BF \| AC \Rightarrow BE \perp AC$ ……..1p

b) $BF \| AC \Rightarrow BFAC$ trapez ……..2p

$AF = AD - DF = DC - DB = BC$ adică $BFAC$ trapez isoscel……..3p

2. a) $BC = 2AD = 2BM = 2MC$ ……..1p

$2AN = 2ND = AD = BM = MC$ ……..1p

$\triangle BMP \sim \triangle NAP \Rightarrow \frac{AN}{BM} = \frac{NP}{BP} = \frac{AP}{PM} = \frac{1}{2}$ ……..1p

$\triangle NQD \sim \triangle CQM \Rightarrow \frac{NQ}{QC} = \frac{ND}{CM} = \frac{DQ}{MQ} = \frac{1}{2}$ ……..1p

$\frac{MP}{PA} = \frac{MQ}{DQ} \Rightarrow PQ \| AD \| BC$ folosind teorema lui Thales ……1p

b) $PQ \| AD \Rightarrow \triangle MPQ \sim \triangle MAD$ ……1p

$\frac{MP}{MA} = \frac{MQ}{MD} = \frac{PQ}{AD}$ ……1p

$\frac{AP}{PM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{PM}{AP} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{PM}{MA} = \frac{2}{3}$ ……..2p

$\frac{PQ}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3} AD$ ……1p